

Matematyka dla programistów

JavaScript

Jacek Piechota



Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Helion SA dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Helion SA nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite / Olsztyn
Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprucki

Ilustracje w książce: Maciej Krzywicki

Grafika na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock.com

Helion SA

ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie/matpjs>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

Kody źródłowe wybranych przykładów dostępne są pod adresem:

<ftp://ftp.helion.pl/przyklady/matpjs.zip>

ISBN: 978-83-283-5058-8

Copyright © Helion 2020

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

Spis treści

Wstęp	13
Rozdział 1. Powtórka z matematyki	15
Potęgowanie i pierwiastkowanie	15
Potęgowanie	15
Pierwiastkowanie	16
Logarytmy	16
Logarytm $\log_a b$	16
Logarytm naturalny $\ln a$	17
Logarytm dziesiętny $\log_{10} a$ albo $\lg a$	17
Przeliczanie logarytmów	17
Logarytmy w JavaScript	18
Trygonometria	18
Miary kąta	19
Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie	21
Funkcje trygonometryczne kąta pełnego	21
Funkcje cyklometryczne	23
Funkcje hiperboliczne	25
Układ współrzędnych w JavaScript	25
Inne	25
Rozdział 2. Teoria informacji — podstawowe pojęcia	27
Różnorodność	27
Prawdopodobieństwo	29
Entropia	30
Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań	33
Wprowadzenie	33
Spójniki jednoargumentowe	34
verum	34
falsum	35
assert	35
!	36
Spójniki dwuargumentowe	37
&&	37
.....	39
NAND	39
NOR	40
XOR	40
NXOR	41
IMP	42
IMPR	42

Inne spójniki	43
activ	43
deactiv	44
Rozdział 4. Logiki trójwartościowe	45
Przykłady użycia	49
Koniunkcja	49
Alternatywa	49
Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne	51
Liczby binarne	51
Operatory binarne	53
Operator iloczynu bitowego &	53
Operator sumy bitowej 	54
Operator bitowej różnicy symetrycznej ^	55
Operator negacji bitowej ~	55
Operator przesunięcia bitowego w lewo <<	56
Operator przesunięcia bitowego w prawo >>	56
Operator przesunięcia bitowego w prawo z uzupełnieniem zerami >>>	57
Zastosowania operacji binarnych	58
Sprawdzanie parzystości	58
Maskowanie binarne	58
Włączanie bitów	59
Wyłączanie bitów	59
Odwracanie bitów	60
Sprawdzanie wartości bitu	60
Wycinanie bitów	60
Flagi binarne	61
Zegar binarny	63
Kod BCD	63
Zapis czasu	63
Przykład	65
Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory	67
Liczby heksadecymalne	67
Kolory RGB i RGBA	69
Kolory HSL	71
Przykłady	72
Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów	73
Zbiór	73
Operacje na zbiorach	74
Dopełnienie zbioru	74
Suma zbiorów	74
Iloczyn zbiorów	75
Różnica zbiorów	75
Różnica symetryczna zbiorów	75
Zawieranie się zbiorów	76
Kompozycja kolorów	77
Obliczenia	79
Reguły Portera-Duffa	81
copy	81
destination-atop	81
destination-in	82
destination-out	82
destination-over	83

lighter	83
source-atop	84
source-in	84
source-out	85
source-over	85
xor	86
Rozdział 8. Liczby pierwsze	87
Generowanie liczb pierwszych	87
Liczba pierwsza większa od n	87
Liczba pierwsza Eulera	88
Liczba pierwsza Mersenne'a	88
Liczby pierwsze w podanym zakresie	89
Testy pierwszości	90
Małe liczby	90
Duże liczby	90
Faktoryzacja	91
Dodatki	92
Rozdział 9. Liczby i ciąg Fibonacciego	93
Liczba ϕ	93
Ciąg Fibonacciego	94
Definicja	94
Granica	94
Wzór Bineta	95
Algorytmy	96
Powtórka z matematyki	97
Właściwości	101
Zastosowania i występowanie	107
Muzyka	107
Literatura	107
Ekonomia	107
Informatyka	108
Dodatki	108
Rozdział 10. Kombinatoryka	109
Silnia	109
Rozkład dwumianowy	109
Rzut jedną monetą	109
Rzut dwiema monetami	110
Rzut trzema monetami	111
Rzut czterema monetami	111
Rzut n monetami	111
Trójkąt Pascala	112
Prawdopodobieństwo wyrzucenia	113
Symbol Newtona	114
Dwumian Newtona	114
Kombinacje	115
Kombinacje bez powtórzeń	115
Kombinacje z powtórzeniami	116
Wariacje	117
Wariacje bez powtórzeń	117
Wariacje z powtórzeniami	118
Permutacje	119
Permutacje bez powtórzeń	119
Permutacje z powtórzeniami	120

Co wybrać?	121
Przykład 1.	121
Przykład 2.	121
Przykład 3.	122
Przykład 4.	122
Liczby Stirlinga II rodzaju (dla podzbiorów)	122
Rozmieszczenie kul w urnach	124
Inwersje (permutacje bez punktów stałych)	134
Liczby Catalana	135
Łączenie nawiasami	136
Liczby Bella	136
Tworzenie niepustych podzbiorów	137
Dodatki	138
Rozdział 11. Statystyka — praca z danymi	139
Dane	139
Długość	139
Waga	139
Porządkowanie danych	140
Szereg rozdzielnicy jednostopniowy	140
Szereg rozdzielnicy wielostopniowy	141
Wykresy danych	143
Histogram	143
Wykres kołowy	145
Wykres liniowy	148
Porównanie danych	148
Długość samic	148
Długość samców	149
Waga samic	149
Waga samców	149
Ocena danych	149
Min, max, rozstęp	150
Suma	151
Wskaźnik struktury	152
Wskaźnik natężenia	152
Średnia arytmetyczna	153
Dominanta	154
Percentyle	154
Wariancja	156
Odchylenie standardowe	158
Współczynnik zmienności	159
Momenty średniej	159
Inne współczynniki	162
Materiały dodatkowe	162
Rozdział 12. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa	163
Wskaźnik Margalefa	163
Wskaźnik Simpsona	164
Wskaźnik Shannona-Wienera	165
Wskaźnik Pielou	166
Wskaźnik Jaccarda	167
Wskaźnik Sorensona	168
Wersja 1.	168
Wersja 2.	169
Wskaźnik Euklidesa	170

Rozdział 13. Równania prostej	171
Postać ogólna	171
Postać kierunkowa	173
Praca z obiektem Line	174
Równoległość prostych	177
Odległość prostych równoległych	178
Prostopadłość prostych	178
Kąt między prostymi	180
Punkt przecięcia prostych	181
Odległość punktu od prostej	181
Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt	182
Wyznaczanie punktów na prostej	185
Rozdział 14. Wektory	187
Skalary	187
Wektory dwuwymiarowe 2d	187
Współrzędne kartezjańskie a biegunowe	188
Długość wektora	188
Kąt wektora	189
Dodawanie wektorów	190
Odejmowanie wektorów	191
Skalowanie wektora	191
Normalizacja wektora	192
Iloczyn skalarny wektorów	192
Normalna wektora	193
Kąt między wektorami	194
Iloczyn wektorowy	195
Wektory 3d	195
Rozdział 15. Macierze	197
Klasa Matrix	197
Użycie konstruktorów	198
Zerowanie macierzy	199
Typy macierzy	199
Macierz jednostkowa	199
Macierze wektorowe	200
Macierz kwadratowa	200
Operacje na macierzach	201
Sprawdzanie równości macierzy	201
Dodawanie macierzy	201
Odejmowanie macierzy	202
Mnożenie skalarne	202
Mnożenie macierzy	203
Obliczanie wyznacznika macierzy	205
Transpozycja macierzy	209
Dzielenie macierzy	210
Macierz odwrotna	210
Rozwiązanie prostego równania	214
Rozdział 16. Przekształcenia afiniczne	217
Translacja	217
Skalowanie	219
Obrót	220
Obrót względem punktu (0,0)	220
Odbicie	222
Względem osi X	222
Względem osi Y	223

Względem osi X i osi Y	223
Względem prostej przechodzącej przez $P(0,0)$	225
Przekrzywienie (pochylenie)	226
Przekrzywienie wzdłuż osi X	226
Przekrzywienie wzdłuż osi Y	226
Przekształcenia złożone	227
Obrót względem punktu, który nie jest punktem $P(0,0)$	228
Obrót w miejscu	229
Skalowanie w miejscu	230
Odbicie względem prostej nieprzechodzącej przez punkt $P(0,0)$	233
Przekrzywienie względem środka ciężkości figury	234
Składanie macierzy przekształceń	237
Rozdział 17. Liczby zespolone	241
Równość liczb zespolonych	242
Postać algebraiczna	242
Dodawanie	243
Odejmowanie	243
Mnożenie	244
Sprzężenie	245
Dzielenie	246
Moduł	246
Argument	247
Postać trygonometryczna	248
Mnożenie	249
Dzielenie	249
Potęgowanie	250
Pierwiastkowanie	252
Odwrotność $1/n$	252
Reprezentacja macierzowa	253
Dodawanie	254
Odejmowanie	254
Mnożenie	254
Transpozycja, sprzężenie	254
Wyznacznik macierzy, moduł liczby	255
Argument	255
Wektory własne macierzy	255
Interpretacja transformacyjna	255
Rozdział 18. Wykresy niektórych krzywych	257
Asteroida	257
Rozeta czterolistna	259
Spirala Archimedesesa	260
Kardioida	261
Krzywe Lissajous	261
Epicykloida	262
Hipocykloida	266
Elipsa	269
Inne krzywe	270
Rozdział 19. Krzywe Béziera	271
Wielomiany Bernsteina	271
Definicja	271
Obliczenia	271
Algorytm	275
Właściwości	276

Inne sposoby obliczania	276
Pochodne	277
Krzywa Béziera 1. stopnia	278
Krzywa Béziera 2. stopnia	279
Tworzenie krzywej	279
Obliczenia	280
Algorytm	280
Postać macierzowa	281
Inna definicja	282
Krzywa Béziera 3. stopnia	284
Obliczenia	284
Algorytm	285
Postać macierzowa	285
Inna definicja	287
Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia	288
Krzywa 2. stopnia	288
Krzywa 3. stopnia	289
Krzywe Béziera wyższych stopni	291
Algorytm	291
Wykres	292
Podwyższanie stopnia krzywej	293
Algorytm	293
Wykres	293
Właściwości krzywych Béziera	294
Właściwość 1.	294
Właściwość 2.	294
Właściwość 3.	294
Właściwość 4.	294
Właściwość 5.	295
Właściwość 6.	295
Właściwość 7.	296
Właściwość 8.	302
Właściwość 9.	302
Właściwość 10.	302
Właściwość 11.	302
Właściwość 12.	302
Algorytm de Casteljaou	303
Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego t	303
Podział krzywej na dwie krzywe	306
Gładkie połączenie dwóch krzywych	307
Wymierne krzywe Béziera	309
Definicja	309
Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera	309
Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia	312
Algorytm	312
Wykresy	313
Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia	315
Algorytm	315
Wykres	316
Wymierne krzywe Béziera n -tego stopnia	316
Algorytm	316
Wykres	317
Właściwości wymiernych krzywych Béziera	317
Właściwość 1.	317
Właściwość 2.	317

Właściwość 3.	318
Właściwość 4.	318
Właściwość 5.	318
Właściwość 6.	318
Właściwość 7.	318
Właściwość 8.	318
Właściwość 9.	318
Właściwość 10.	318
Właściwość 11.	318
Właściwość 12.	319
Właściwość 13.	319
Właściwość 14.	319
Rozdział 20. Teoria gier	321
Podstawowe pojęcia	321
Teoria gier	321
Gracz	321
Gra	321
Strategia	321
Decyzja	322
Wyplata	322
Macierz wypląt	323
Gra o sumie zerowej	324
Punkt siodłowy	324
Strategia czysta	327
Strategia mieszana	327
Strategia dominująca	329
Podgra	330
Cena gry	332
Rozwiązywanie gier 2×2	334
Przykład	334
Program do obliczeń	336
Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	336
Przykład 1.	337
Przykład 2.	339
Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	342
Przykład 1.	343
Przykład 2.	344
Rozwiązywanie gier $m \times n$	345
Gry z naturą	345
Sformułowanie problemu	345
Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury	346
Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury	347
Rozdział 21. Automaty komórkowe	351
Automaty komórkowe 1-wymiarowe	351
Ewolucja w czasie	354
Automaty komórkowe 2-wymiarowe	357
Śsiedztwo von Neumanna	357
Śsiedztwo Moore'a	357
Warunki brzegowe	358
Gra „Life” Conwaya	358
Mrówka Langtona	362
Cechy szczególne	362
Inne warianty	363
„Ruch drogowy” Nagela-Schreckenberga	363

Rozdział 22. Chaos i fraktale	365
Typy fraktali	365
Samopodobieństwo	366
Wymiar topologiczny	366
Wymiar podobieństwa	367
Wymiar podobieństwa figur płaskich	367
Wymiar podobieństwa brył	367
Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych	367
Wymiar fraktalny	368
Wymiar Minkowskiego	368
Odcinek	368
Kwadrat	369
Inne wymiary	370
Zbiór Cantora	370
Opis algorytmu	370
Kod	370
Obraz	371
Wymiar Minkowskiego	371
Wymiar fraktalny	371
Krzywa Kocha	372
Opis algorytmu	372
Kod	372
Obraz	372
Wymiar Minkowskiego	373
Wymiar fraktalny	374
Płatek Kocha	374
Smok Heighwaya	374
Opis algorytmu	374
Kod	375
Wymiar Minkowskiego	376
Supersmok	376
Trójkąt Sierpińskiego	377
Opis algorytmu	377
Kod i obraz	377
Wymiar Minkowskiego	378
Wymiar fraktalny	379
Trójkąt Sierpińskiego metodą losową	379
Opis algorytmu	379
Kod	379
Obraz	380
Paproć Barnsleya	380
Opis algorytmu	380
Kod	381
Obraz	381
Fraktal Julii	382
Opis	382
Kod	382
Obraz	382
Fraktal Mandelbrota	384
Opis	384
Kod i obraz	384
Płonący statek	385
Opis	385
Kod i obraz	385

L-system	386
Opis	386
Algorytm	388
Przykłady	390
Fraktale w przyrodzie	395
Zastosowania wymiaru Minkowskiego	396
Mierzenie kształtów	396
Wymiar Minkowskiego	398
Równania regresji na podstawie próby	398
Atraktor Lorenza	400
Opis	400
Kod	401
Obraz	401
Fraktale Lapunowa	402
Równanie Malthusa	402
Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta)	404
Dyskretne równanie logistyczne	408
Drzewo Feigenbauma	409
Wykładnik Lapunowa	410
Fraktale Lapunowa	411
Rozdział 23. Odkrywanie prawdy o świecie	417
Ile wody mieściło „morze” Salomona?	417
Rachunek prawdopodobieństwa	419
Rozmieszczenie R_{111}	419
Rozmieszczenie R_{011}	420
Rozmieszczenie R_{101}	422
Rozmieszczenie R_{001}	423
Entropia	423
Stan wyjściowy	424
Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę	428
Gdy urna może pomieścić co najwyżej r kul	430
Rozdział 24. Paradoksy	433
Paradoks Russella: Golibroda	433
Sformułowanie problemu	433
Rozwiązanie problemu	434
Paradoks: Jestem kłamcą	435
Sformułowanie problemu	435
Rozwiązanie	435
Paradoks: Pan Bóg i kamień	436
Sformułowanie problemu	436
Rozwiązanie	436
Paradoks z sakiewkami	437
Sformułowanie problemu	437
Rozwiązanie	439
Paradoks Monty’ego Halla	439
Sformułowanie problemu	439
Rozwiązanie 1. (błędne)	441
Rozwiązanie 2. (prawidłowe)	441
Paradoks Gibbsa	443
Sformułowanie problemu	443
Rozwiązanie problemu	446
Skorowidz	449

Rozdział 18.

Wykresy niektórych krzywych

Asteroida

Jest szczególnym przypadkiem hipocykloidy, gdy m , czyli liczba ostrzy, równa się 4. Asteroida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = A \cdot \cos^3 \phi$$

$$y = A \cdot \sin^3 \phi$$

gdzie

A i ϕ są współrzędnymi biegunowymi punktu.

Asteroidę możemy wykreślić, używając funkcji `asteroida` (listing 18.1, `scripts/curves.js`).

Listing 18.1. Funkcja `asteroida`

```
var asteroida = function(r, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  var x1 = r;
  var y1 = 0;
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360.0;
    x2 = r * Math.pow(Math.cos(t), 3);
    y2 = r * Math.pow(Math.sin(t), 3);
    ctx.moveTo(x1, y1);
    ctx.lineTo(x2, y2);
    x1 = x2;
    y1 = y2;
  }
}
```

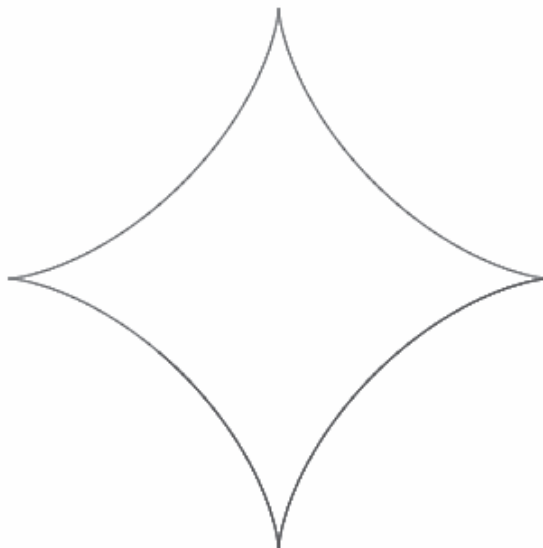
```

    ctx.stroke();
    ctx.restore();
  };

```

Po zastosowaniu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 18.1, *curve/curves 01.html*).

Rysunek 18.1.
Asteroida wykreślona
odcinkami linii



Asteroidę możemy też wykreślić, używając funkcji `asteroida2` (listing 18.2, *scripts/curves.js*).

Listing 18.2. Funkcja `asteroida2`

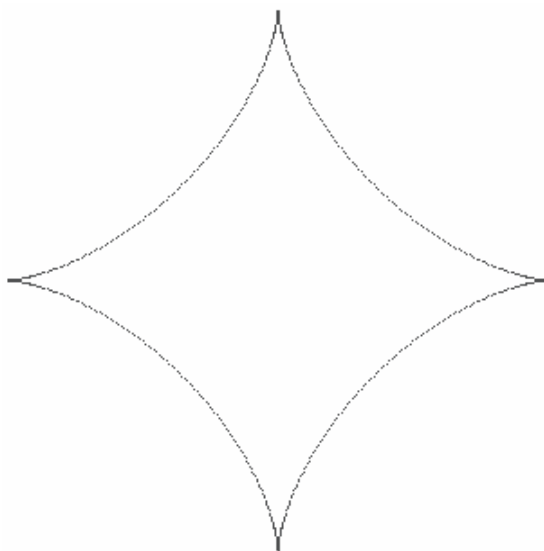
```

var asteroida2 = function(r, points) {
  var x2;
  var y2;
  var img1 = ctx.getImageData(0, 0, w, h);
  var idata = img1.data;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360.0;
    x2 = r * Math.pow(Math.cos(t), 3) + w / 2;
    y2 = r * Math.pow(Math.sin(t), 3) + h / 2;
    var j = 4 * index(Math.floor(x2), Math.floor(y2), w);
    idata[j] = 0;
    idata[j + 1] = 0;
    idata[j + 2] = 255;
    idata[j + 3] = 255;
  }
  ctx.putImageData(img1, 0, 0);
};

```

Po zastosowaniu algorytmu otrzymujemy wykres (rysunek 18.2, *curves/curve02.html*). Jak widzimy, jakość wykresu jest zdecydowanie gorsza. Musielibyśmy użyć algorytmu Bresenhama lub innego, aby wygładzić krzywą.

Rysunek 18.2.
*Asteroida wykreślona
pikselami z macierzy
danych*



Rozeta czterolistna

Rozeta czterolistna jest określona równaniem parametrycznym:

$$x = 2a \sin \varphi \cos^2 \varphi$$

$$y = 2a \sin^2 \varphi \cos \varphi$$

Krzywą możemy wykreślić, używając funkcji `rozeta4listna` (listing 18.3, *scripts/curves.js*).

Listing 18.3. Funkcja `rozeta4listna`

```
var rozeta4listna = function(size, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  var x1 = 0;
  var y1 = 0;
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360;
    x2 = 2 * size * Math.sin(t) * Math.pow(Math.cos(t), 2);
    y2 = 2 * size * Math.cos(t) * Math.pow(Math.sin(t), 2);
    ctx.moveTo(Math.floor(x1), Math.floor(y1));
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
    x1 = x2;
    y1 = y2;
  }
}
```

```

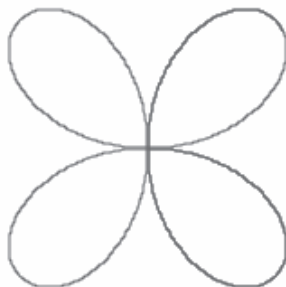
    ctx.stroke();
    ctx.restore();
  };

```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres (rysunek 18.3, *curves/curve03.html*).

Rysunek 18.3.

Rozeta czterolistna



Spirala Archimedesesa

Krzywa określona przez równanie parametryczne:

$$x = a\varphi \cos \varphi$$

$$y = a\varphi \sin \varphi$$

Do wykreślenia możemy użyć funkcji *spiralArchimedesesa* (listing 18.4, *scripts/curves.js*).

Listing 18.4. Funkcja *spiralArchimedesesa*

```

var spiralArchimedesesa = function(dlugosc, ciasnosc, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  var x1 = 0;
  var y1 = 0;
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * dlugosc * Math.PI / points;
    x2 = ciasnosc * t * Math.cos(t);
    y2 = ciasnosc * t * Math.sin(t);
    ctx.moveTo(Math.floor(x1), Math.floor(y1));
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
    x1 = x2;
    y1 = y2;
  }
  ctx.stroke();
  ctx.restore();
};

```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 18.4, *curves/curve04.html*).

Rysunek 18.4.
Spirala Archimedesesa



Kardioida

Kardioida jest opisana równaniem parametrycznym:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t)$$

$$y = a(2 \sin t - \sin 2t)$$

Do wykreślenia funkcji możemy użyć funkcji kardioida (listing 18.5, *scripts/curves.js*).

Listing 18.5. Funkcja kardioida

```
var kardioida = function(a, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360;
    x2 = a * (2 * Math.cos(t) - Math.cos(2 * t));
    y2 = a * (2 * Math.sin(t) - Math.sin(2 * t));
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
  }
  ctx.stroke();
  ctx.restore();
};
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 18.5, *curves/curve05.html*).

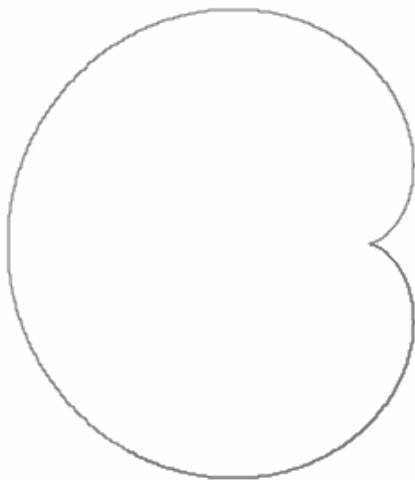
Krzywe Lissajous

Krzywa parametryczna zakreślana przez punkt wykonujący niezależne ruchy harmoniczne w dwóch płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Krzywe są opisane równaniem parametrycznym:

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Rysunek 18.5.
Kardioida



Stosunek ω_1 / ω_2 , jeżeli jest wymierny, określa stosunek zetknięć z poziomymi bokami prostokąta. Wielkość tego prostokąta określają zmienne A_1 i A_2 . Kształt krzywych zależy też od $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Krzywą możemy wykreślić przy użyciu funkcji `lissajous` (listing 18.6, *scripts/curves.js*).

Listing 18.6. Funkcja `lissajous`

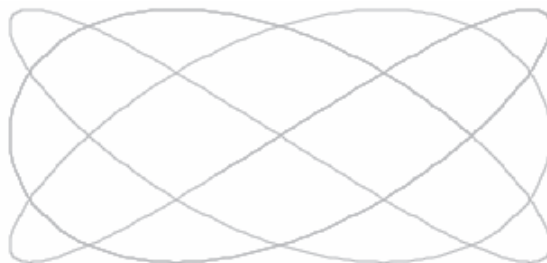
```
var lissajous = function(A1, A2, w1, w2, fi1, fi2, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360;
    x2 = A1 * Math.cos(w1 * t + fi1);
    y2 = A2 * Math.cos(w2 * t + fi2);
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
  }
  ctx.stroke();
  ctx.restore();
};
```

Krzywą możemy wykreślić (rysunek 18.6, *curves/curve06.html*).

Epicykloida

Jest to krzywa kreślona przez punkt M okręgu, który toczy się bez poślizgu po zewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Rysunek 18.6.
Krzywa Lissajous



Epicykloida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = (A + a) \cos \varphi - a \cos \frac{A+a}{a} \varphi$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - a \sin \frac{A+a}{a} \varphi$$

gdzie:

A — jest promieniem nieruchomego koła,

a — jest promieniem ruchomego koła.

Kształt krzywej zależy od stosunku $m = \frac{A}{a}$.

Gdy:

- ♦ $m = 1$, powstaje krzywa zwana kardioidą;
- ♦ m jest liczbą całkowitą, epicykloida jest krzywą zamkniętą, składającą się ze skończonej liczby łuków;
- ♦ m jest ułamkiem, epicykloida składa się ze skończonej liczby krzyżujących się łuków, przy czym punkt bieżący wraca do punktu wyjściowego;
- ♦ m jest liczbą niewymierną, łuków jest nieskończenie wiele, a punkt M nie wraca do położenia wyjściowego.

Epitrochoida

Do równania epicykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr λ .

$$x = (A + a) \cos \varphi - \lambda a \cos \frac{A+a}{a} \varphi$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - \lambda a \sin \frac{A+a}{a} \varphi$$

Jeżeli:

- ♦ $\lambda = 1$, jak w powyższych wzorach, otrzymujemy epicykloide;
- ♦ $\lambda > 1$, to otrzymujemy tzw. epicykloidę wydłużoną;
- ♦ $\lambda < 1$, to otrzymujemy tzw. epicykloidę skróconą.

Wszystkie trzy epicykloidy noszą ogólną nazwę epitrochoida.

Epicykloidę możemy wykreślić, używając funkcji epicykloida (listing 18.7, *scripts/curves.js*).

Listing 18.7. Funkcja epicykloida

```
var epicykloida = function(AA, aa, lambda, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  var x1 = AA - (lambda - 1) * aa;
  var y1 = 0;
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360.0;
    x2 = (AA + aa) * Math.cos(t) - lambda * aa
      * Math.cos((AA + aa) * t / aa);
    y2 = (AA + aa) * Math.sin(t) - lambda * aa
      * Math.sin((AA + aa) * t / aa);
    ctx.moveTo(Math.floor(x1), Math.floor(y1));
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
    x1 = x2;
    y1 = y2;
  }
  ctx.stroke();
  ctx.restore();
};
```

Rysujemy epitrochoidę dla różnych zestawów parametrów (rysunki 18.7–18.14).

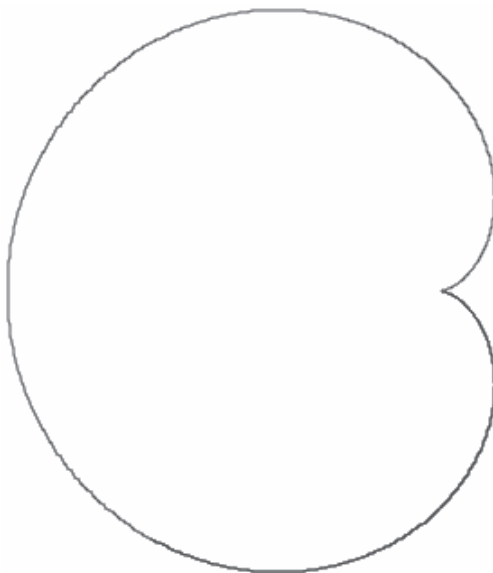
Rysunek 18.7.

Epitrochoida dla

$m = 1$ ($A = 60$, $a = 60$),

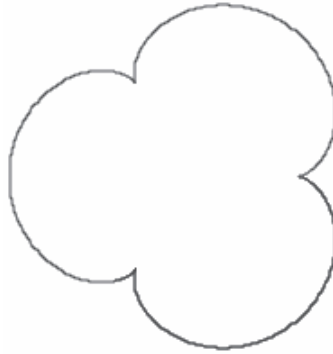
$\lambda = 1$

(*curves/curve07.html*)

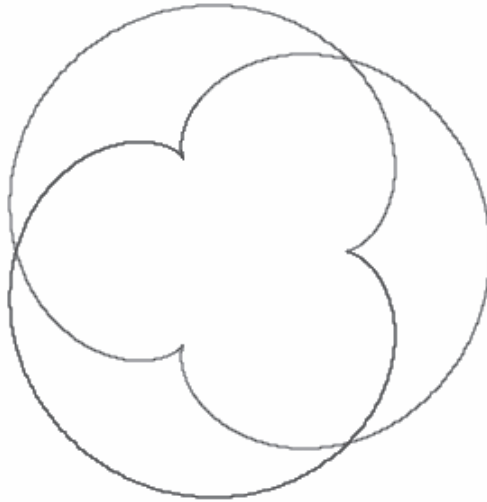


Rysunek 18.8.

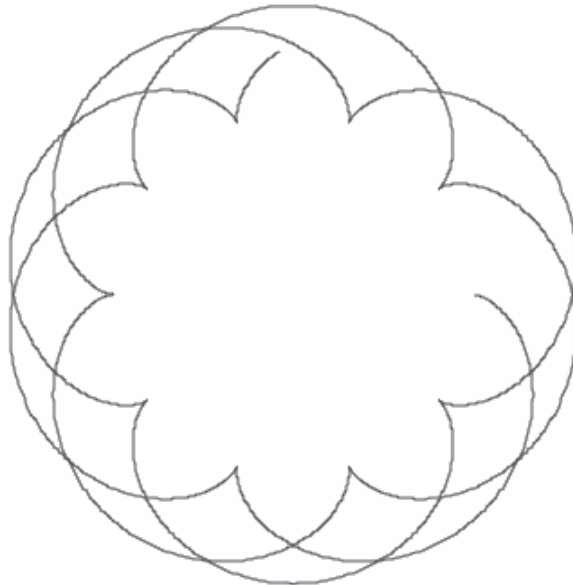
Epitrochoida dla
 $m = 3$ ($A = 60, a = 20$),
 $\lambda = 1$
([curves/curve08.html](#))

**Rysunek 18.9.**

Epitrochoida dla
 $m = 1.5$ ($A = 60,$
 $a = 40$), $\lambda = 1$
([curves/curve09.html](#))

**Rysunek 18.10.**

Epitrochoida dla
 $m = 3.3(333)$
($A = 100, a = 30$),
 $\lambda = 1$
([curves/curve10.html](#))

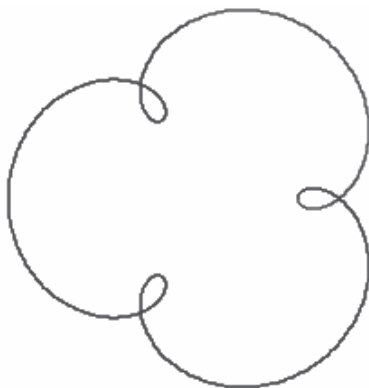


Rysunek 18.11.*Epitrochoida dla*

$m = 3$ ($A = 60$,

$a = 20$), $\lambda = 1.5$

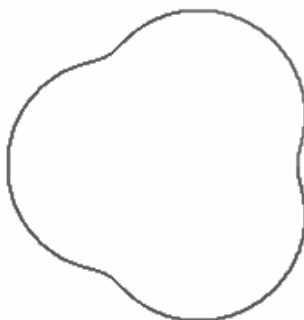
(curves/curve11.html)

**Rysunek 18.12.***Epitrochoida dla*

$m = 3$ ($A = 60$,

$a = 20$), $\lambda = 0.5$

(curves/curve12.html)

**Rysunek 18.13.***Epitrochoida dla*

$m = -3$ ($A = 60$,

$a = -20$), $\lambda = 1.5$

(curves/curve13.html)

**Rysunek 18.14.***Epitrochoida dla*

$m = -3$ ($A = 60$,

$a = -20$), $\lambda = 0.5$

(curves/curve14.html)



Hipocykloida

Jest to krzywa kreślona przez punkt M okręgu toczącego się bez poślizgu po wewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Hipocykloida wyrażona jest takim samym równaniem parametrycznym jak epicykloida, ale parametr a jest zamieniony na $-a$, a symbole są takie same jak przy epicykloidzie.

Kształt krzywej zależy od stosunku $m = \frac{A}{a}$.

Gdy:

- ♦ $m = 2$, krzywa degeneruje do średnicy stałego koła;
- ♦ $m = 3$, hipocykloida ma 3 ostrza;
- ♦ $m = 4$, otrzymujemy hipocykloidę o 4 ostrzach, nazywaną asteroidą.

Hipetrochoida

Do równania hipocykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr λ .

Jeżeli:

- ♦ $\lambda = 1$, jak w powyższych wzorach, otrzymujemy hipocykloidę;
- ♦ $\lambda > 0$, to otrzymujemy tzw. hipocykloidę wydłużoną;
- ♦ $\lambda < 0$, to otrzymujemy tzw. hipocykloidę skróconą.

Wszystkie trzy hipocykloidy noszą ogólną nazwę hipetrochoida.

W hipetrochoidach, gdy $A = 2a$, krzywa staje się elipsą, gdy $A = a$, otrzymujemy konchoidę, nazywaną też ślimakiem Pascala.

Do wykreślania możemy użyć funkcji hipocykloida (listing 18.8, *scripts/curves.js*).

Listing 18.8. Funkcja hipocykloida

```
var hipocykloida = function(AA, aa, lambda, points, strokeStyle) {
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(w / 2, h / 2);
  var x1 = AA + (lambda - 1) * aa;
  var y1 = 0;
  var x2;
  var y2;
  aa = -aa;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360;
    x2 = (AA + aa) * Math.cos(t) - lambda * aa
      * Math.cos((AA + aa) * t / aa);
    y2 = (AA + aa) * Math.sin(t) - lambda * aa
      * Math.sin((AA + aa) * t / aa);
    ctx.moveTo(Math.floor(x1), Math.floor(y1));
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
    x1 = x2;
    y1 = y2;
  }
  ctx.stroke();
  ctx.restore();
};
```

A oto wykresy hipetrochoidy przy różnych parametrach (rysunki 18.15–18.21).

Rysunek 18.15.*Hipotrochoida przy*

$$m = 3 (A = 60,$$

$$a = 20), \lambda = 1$$

(curves/curve15.html)**Rysunek 18.16.***Hipotrochoida dla*

$$m = 4 (A = 60,$$

$$a = 15), \lambda = 1$$

(curves/curve16.html)**Rysunek 18.17.***Hipotrochoida dla*

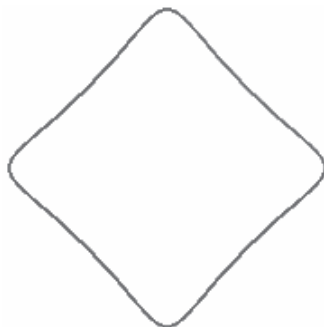
$$m = 5 (A = 60,$$

$$a = 12), \lambda = 1$$

(curves/curve17.html)**Rysunek 18.18.***Hipotrochoida dla*

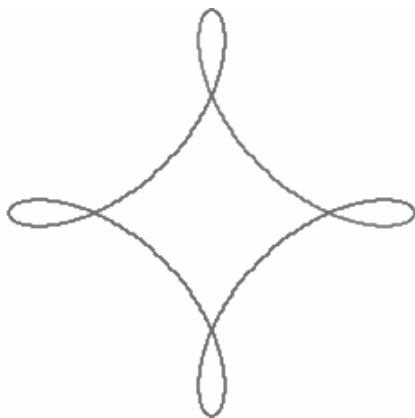
$$m = 4 (A = 100,$$

$$a = 25), \lambda = 0.5$$

(curves/curve18.html)**Rysunek 18.19.***Hipotrochoida dla*

$$m = 4 (A = 100,$$

$$a = 25), \lambda = 1.5$$

(curves/curve19.html)

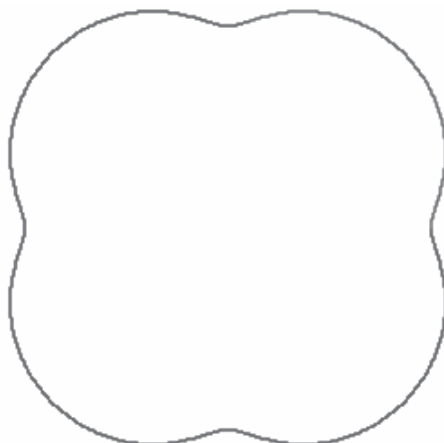
Rysunek 18.20.

Hipotrochoida dla

$$m = 4 (A = 100,$$

$$a = -25), \lambda = 0.5$$

(curves/curve20.html)

**Rysunek 18.21.**

Hipotrochoida dla

$$m = 2 (A = 100,$$

$$a = 50), \lambda = 1.5$$

(curves/curve21.html)



Elipsa

Elipsę można wykreślić, korzystając z równania parametrycznego:

$$x = a \cos t$$

$$y = b \sin t$$

gdzie:

a — to duża oś elipsy,

b — to mała oś elipsy,

t — zawiera się w przedziale $<0, 2\pi$).

Elipsę można wykreślić, używając funkcji `drawOval` (listing 18.9, *scripts/curves.js*).

Listing 18.9. Funkcja `drawOval`

```
var drawOval = function(x, y, w, h, points, strokeStyle) {
  var a = w / 2;
  var b = h / 2;
  ctx.save();
  ctx.beginPath();
  ctx.strokeStyle = strokeStyle;
  ctx.translate(x + a, y + b);
  var x2;
  var y2;
  for (var i = 0; i < points; i++) {
    var t = i * Math.PI / 360;
    x2 = a * Math.cos(t);
    y2 = b * Math.sin(t);
    ctx.lineTo(Math.floor(x2), Math.floor(y2));
  }
}
```

```
    }  
    ctx.stroke();  
    ctx.restore();  
  }  
};
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy krzywą (rysunek 18.22, [curves/curve22.html](#)).

Rysunek 18.22.

Elipsa



Inne krzywe

Ze względu na szczupłość miejsca nie mam możliwości dokładniejszego omawiania niektórych ciekawych krzywych. Sposoby ich wykreślenia podałem w materiałach. Dostępne krzywe to:

- ◆ rozety Grandiego ([curves/curve23.html](#)),
- ◆ strzałka ([curves/curve24.html](#)),
- ◆ jin-jang ([curves/curve25.html](#)),
- ◆ rotujący jin-jang ([curves/curve26.html](#)),
- ◆ szachownica ([curves/curve27.html](#)),
- ◆ spirala kwadratowa ([curves/curve28.html](#)),
- ◆ kwadraty wpisane w kwadraty ([curves/curve29.html](#)),
- ◆ spirala logarytmiczna Pascala ([curves/curve30.html](#)),
- ◆ złota spirala ([curves/curve31.html](#)),
- ◆ kwadraty i spirala Fibonacciego ([curves/curve32.html](#)).

Skorowidz

&&, 37

||, 39

A

activ, 43

algorytm de Casteljau, 303

alternatywa, 39, 49

wyłączająca, 40

assert, 35

asteroida, 257

atraktor Lorenza, 400

automaty komórkowe

1-wymiarowe, 351

2-wymiarowe, 357

ewolucja w czasie, 354

gra „Life” Conwaya, 358

mrówka Langtona, 362

ruch drogowy, 363

sąsiedztwo von Neumanna, 357

B

BCD, Binary-Coded Decimal, 63

bity

odwracanie, 60

sprawdzanie wartości, 60

włączanie, 59

wycinanie, 60

wyłączanie, 59

C

ciąg Fibonacciego, 94

algorytmy, 96

właściwości, 101

występowanie, 107

zastosowania, 107

czas

zapis BCD, 64

zapis binarny, 64

D

dane

max, 150

ocena, 149

porównanie, 148

rozsstęp, 150

deactiv, 44

długość

przedziału klasowego, 141

wektora, 188

dodawanie

liczb zespolonych, 243

macierzy, 201

wektorów, 190

dominanta, 154

dopełnienie algebraiczne, 212

drzewo Feigenbauma, 409

duże liczby, 90

dwumian Newtona, 114

dzielenie

liczb zespolonych, 246

macierzy, 210

E

elipsa, 269

entropia, 30, 423

epicykloida, 262

ewolucja w czasie, 354

F

faktoryzacja, 91
 falsum, 35
 flagi binarne, 61
 fraktal
 drzewo Feigenbauma, 409
 gałązka, 392, 394
 Julii, 382
 krzywa
 Hilberta, 392
 Kocha, 372, 391
 Lapunowa, 402, 411
 L-system, 386
 Mandelbrota, 384
 paproć Barnsleya, 380
 pentadendryt, 393
 płatek Kocha, 374, 390
 płonący statek, 385
 samopodobieństwo, 366
 smok
 Heighwaya, 374
 Levy'ego, 392
 supersmok, 376
 trójkąt Sierpińskiego, 377, 379, 391
 typy, 365
 w przyrodzie, 395
 wykładnik Lapunowa, 410
 wymiar
 fraktalny, 368
 Minkowskiego, 368, 371–378, 396, 398
 podobieństwa brył, 367
 topologiczny, 366
 zbiór Cantora, 370
 bazowe wymiernych krzywych Béziera, 309
 funkcje
 cyklometryczne, 23
 hiperboliczne, 25
 trygonometryczne, 21

G

gałązka, 392
 generowanie liczb pierwszych, 87
 gra „Life” Conwaya, 358
 granica, 94
 gry, *Patrz* teoria gier

H

hipocykloida, 266
 histogram, 143
 HSL, 71

I

iloczyn
 skalary wektorów, 192
 wektorowy, 195
 zbiorów, 75
 IMP, 42
 implikacja, 42
 odwrotna, 42
 IMPR, 42
 inwersje, 134

K

kardioda, 261
 kąt między wektorami, 189, 194
 klasa Matrix, 197
 konstruktory, 198
 kod BCD, 63
 kolory, 77
 model
 HSL, 71
 RGB, 69
 RGBA, 69
 obliczenie, 80
 przezroczystość, 77
 składanie, 77, 79
 tła, 77
 zasady Portera-Duffa, 78
 kombinacje
 bez powtórzeń, 115
 z powtórzeniami, 116
 kombinatoryka, 109
 koniunkcja, 37, 39, 49
 krzywa, 257, 270
 Béziera, 271
 1. stopnia, 278
 2. stopnia, 279, 288
 3. stopnia, 284, 289
 algorytm de Casteljau, 303
 podwyższanie stopnia, 293
 właściwości, 294, 317
 wymierne, 309, 312–316
 wyższych stopni, 291
 Hilberta, 392
 Kocha, 372, 391
 Lissajous, 261
 kurtoza, 161
 kwadrat, 369
 kwartył
 dolny, 155
 górny, 155
 środkowy, 155

L

- liczba
 - przedziałów klasowych, 141
 - φ , 93
- liczby
 - Bella, 136
 - binarne, 51
 - Catalana, 135
 - heksadecymalne, 67
 - pierwsze, 87
 - Eulera, 88
 - generowanie, 87
 - Mersenne'a, 88
 - w podanym zakresie, 89
 - większe od n , 87
 - Stirlinga II rodzaju, 122
 - zespólone, 241
 - argument, 247
 - dodawanie, 243
 - dzielenie, 246
 - mnożenie, 244
 - moduł, 246
 - odejmowanie, 243
 - postać algebraiczna, 242
 - postać trygonometryczna, 248
 - reprezentacja macierzowa, 253
 - równość, 242
 - sprzężenie, 245
- logarytmy, 16
 - dziesiętne, 17
 - naturalne, 17
 - przeliczanie, 17
 - w JavaScript, 18
- logika
 - Bochvara, 46
 - Heytinga, 47
 - Kleene'ego, 46
 - Łukasiewicza, 46
 - Reichenbacha, 47
- l-system, 386

Ł

- łączenie nawiasami, 136

M

- macierz, 197
 - jednostkowa, 199
 - kwadratowa, 200
 - przekształceń, 238
 - wektorowa, 200

- macierze
 - dodawanie, 201
 - dopełnienie algebraiczne, 212
 - dzielenie, 210
 - klasa Matrix, 197
 - krzywa Béziera, 281, 285
 - liczby zespolone, 253
 - minor, 211
 - mnożenie, 203
 - mnożenie skalarne, 202
 - odejmowanie, 202
 - odwrotne, 210, 213
 - podmacierz, 211
 - sprawdzanie równości, 201
 - transpozycja, 209, 213
 - wyznacznik, 205
 - zerowanie, 199
- małe liczby, 90
- maskowanie binarne, 58
- miara różnorodności, 27
- miary kąta, 19
 - radiany, 21
 - stopnie, 21
- mierzenie kształtów, 396
- minor, 211
- mnożenie
 - liczb zespolonych, 244
 - macierzy, 203
 - skalarne, 202
- model Verhulsta, 404
- moduł liczb zespolonych, 246
- modyfikacja krzywej Kocha, 393
- momenty średniej, 159
- mrówka Langtona, 362

N

- NAND, 39
- natężenie, 152
- NOR, 40
- normalizacja wektora, 192
- normalna wektora, 193
- NXOR, 41

O

- obiekt Line, 174
- obliczenia binarne, 51
- obrót, 221
 - w miejscu, 229
- ocena danych, 149

odbicie, 223
 względem prostej, 234
 odchylenie standardowe, 158
 odcinek, 368
 odejmowanie
 liczb zespolonych, 243
 macierzy, 202
 wektorów, 191
 odstęp międzykwartyłowy, 155
 odwracanie bitów, 60
 operacje
 binarne, 37
 na macierzach, 201
 na zbiorach, 74
 operator binarny, 53
 bitowej różnicy symetrycznej \wedge , 55
 iloczynu bitowego $\&$, 53
 negacji bitowej \sim , 55
 przesunięcia bitowego
 w lewo \ll , 56
 w prawo \gg , 56
 w prawo z uzupełnieniem zerami \ggg , 57
 sumy bitowej $|$, 54

P

paproć Barnsleya, 380
 paradoks
 Gibbsa, 443
 Jestem kłamcą, 435
 Monty'ego Halla, 439
 Pan Bóg i kamień, 436
 Russella Golibroda, 433
 z sakiewkami, 437
 percentyle, 154
 permutacje
 bez powtórzeń, 119
 bez punktów stałych, 134
 z powtórzeniami, 120
 pierwiastkowanie, 16
 płatek Kocha, 374, 390
 płonący statek, 385
 pochylenie, *Patrz* przekrzywienie, 226, 235,
Patrz także przekształcenia afiniczne
 podmacierz, 211
 podzbiory, 137
 porównanie danych, 148
 postać trygonometryczna liczb zespolonych, 248
 potęgowanie, 15
 prawdopodobieństwo, 29, 110, 113
 problem rozmieszczenia n kul, 124
 proste
 kąt między prostymi, 180
 obiekt Line, 174

odległość
 prostych równoległych, 178
 punktu od prostej, 181
 postać
 kierunkowa, 173
 ogólna, 171
 prostopadłość, 178, 182
 punkt przecięcia, 181
 równoległość, 177
 wyznaczanie punktów, 185
 przedział klasowy, 141
 długość, 141
 liczba, 141
 przekrzywienie, 226
 względem środka ciężkości figury, 235
 przekształcenia afiniczne, 217
 macierz przekształceń, 238
 obrót, 221
 odbicie, 223
 przekrzywienie, 226
 przekształcenia złożone, 228
 skalowanie, 219
 translacja, 217
 przekształcenia złożone, 228
 przezroczystość, 77
 punkt siodłowy, 324

R

rachunek prawdopodobieństwa, 419
 regresja, 398
 reguły Portera-Duffa, 81
 copy, 81
 destination-atop, 81
 destination-in, 82
 destination-out, 82
 destination-over, 83
 lighter, 83
 source-atop, 84
 source-in, 84
 source-out, 85
 source-over, 85
 xor, 86
 RGB, 69
 RGBA, 69
 rodzaje tła, 77
 rozeta czterolistna, 259
 rozkład dwumianowy, 109
 rozstęp badanej cechy, 141
 równania
 logistyczne, 404
 logistyczne dyskretne, 408
 Malthusa, 402
 regresji, 398

równanie prostej, *Patrz także* proste
 postać kierunkowa, 173
 postać ogólna, 171
 równoważność, 41
 różnica
 symetryczna zbiorów, 75
 zbiorów, 75
 różnorodność, 27

S

samopodobieństwo, 366
 sąsiedztwo von Neumanna, 357
 silnia, 97, 109
 skalary, 187
 skalowanie, 219
 w miejscu, 230
 wektora, 191
 skośność, 160
 smok
 Heighwaya, 374
 Levy'ego, 392
 spirala Archimedesesa, 260
 spójniki, 43
 dwuargumentowe, 37
 jednoargumentowe, 34
 sprawdzanie
 parzystości, 58
 równości macierzy, 201
 wartości bitu, 60
 sprzężenie liczb zespolonych, 245
 statystyka, 139
 długość przedziału klasowego, 141
 liczba przedziałów klasowych, 141
 rozstęp badanej cechy, 141
 szereg rozdzielnicy
 jednostopniowy, 140
 wielostopniowy, 141
 wykresy danych, 143
 struktura, 152
 suma, 151
 zbiorów, 74
 supersmok, 376
 symbol Newtona, 98, 114
 szereg rozdzielnicy
 jednostopniowy, 140
 wielostopniowy, 141

Ś

średnia arytmetyczna, 153

T

teoria gier, 321
 cena gry, 332
 decyzja, 322
 gra, 321
 macierz wypłat, 323
 o sumie zerowej, 324
 podgra, 330
 punkt siodłowy, 324
 rozwiązywanie
 $2 \times n$, 336
 graficzne, 342
 $m \times n$, 345
 strategia, 321
 czysta, 327
 dominująca, 329
 mieszana, 327
 wypłata, 322
 testy pierwszości, 90
 translacja, 217
 transpozycja macierzy, 209
 trójkąt
 Pascala, 99, 112
 Sierpińskiego, 377, 379, 391
 trygonometria, 18
 tworzenie niepustych podzbiorów, 137

U

układ współrzędnych, 25

W

wariacje, 156
 bez powtórzeń, 117
 z powtórzeniami, 118
 wektory
 2d, 187
 3d, 195
 długość, 188
 dodawanie, 190
 iloczyn
 skalarny, 192
 wektorowy, 195
 kąt, 189, 194
 normalizacja, 192
 normalna, 193
 odejmowanie, 191
 skalowanie, 191

- wielomiany Bernsteina, 271
- algorytm, 275
 - obliczenia, 271
 - pochodne, 277
 - właściwości, 276
- właściwości krzywych Béziera, 294
- włączanie bitów, 59
- wskaźnik
- Euklidesa, 170
 - Jaccarda, 167
 - Margalefa, 163
 - Pielou, 166
 - Shannona-Wienera, 165
 - Simpsona, 164
 - Sorensona, 168
- wskaźniki
- natężenia, 152
 - podobieństwa, 163
 - różnorodności, 163
 - struktury, 152
- współczynnik
- asymetrii, 162
 - asymetrii Pearsona, 162
 - zmienności, 159
- współrzędne
- biegunowe, 188
 - kartezjańskie, 188
- wycinanie bitów, 60
- wykładnik Lapunowa, 410
- wykresy
- danych, 143
 - kołowe, 145
 - krzywych, 257
 - liniowe, 148
- wyłączanie bitów, 59
- wymiar
- fraktalny, 368, 371, 374
 - Minkowskiego, 368, 371–378, 396, 398
 - podobieństwa
 - brył, 367
 - figur płaskich, 367
 - obiektów n-wymiarowych, 367
- wyznacznik macierzy, 205
- interpretacja geometryczna, 206
 - właściwości, 208
- wzór Bineta, 95
- X**
- XOR, 40
- Z**
- zapis czasu, 63
- zaprzeczenie
- alternatywy, 40
 - koniunkcji, 39
- zasady Portera-Duffa, 78
- zawieranie się zbiorów, 76
- zbiory, 73
- dopełnienie, 74
 - iloczyn, 75
 - różnica, 75
 - różnica symetryczna, 75
 - suma, 74
 - zawieranie się, 76
- zbiór Cantora, 370, 391
- zerowanie macierzy, 199
- zmienności, 159

PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —

- 
1. ZAREJESTRUJ SIĘ
 2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
 3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA
Helion

Programowanie matematyki wcale nie musi być trudne!

- Przypomnij sobie reguły i działania matematyczne
- Poznaj w praktyce funkcje matematyczne JavaScriptu
- Zamieniaj wzory i problemy matematyczne na algorytmy
- Naucz się wizualizować matematykę

Spójrzmy prawdzie w oczy: większość ludzi nie lubi matematyki. Co dziwne, nie jest ona również ulubioną dziedziną wiedzy wielu osób zawodowo parających się informatyką. Niejedną z nich w prawdziwy popłoch wpędza konieczność posłużenia się choćby najbardziej niewinnie wyglądającą funkcją matematyczną, nie wspominając o przeprowadzeniu bardziej skomplikowanych obliczeń statystycznych, wykreśleniu przebiegu funkcji czy implementowaniu działań na macierzach.

Niepotrzebnie, bo matematyka wcale nie jest taka straszna! Przekonasz się o tym dzięki tej książce, która szybko i łatwo wprowadzi Cię w świat obliczeń matematycznych przeprowadzanych za pomocą komputera. Z wykorzystaniem praktycznych przykładów, opracowanych w popularnym języku JavaScript, przedstawia ona sposoby wykonywania rozmaitych działań i przekształceń, stosowania algorytmów oraz wizualizowania otrzymanych wyników. Przestań się martwić i zostań prawdziwym matematycznym ninją!

- Podstawy matematyki i teorii informacji
- Działania na liczbach binarnych i heksadecymalnych
- Kombinatoryka i prawdopodobieństwo
- Działania na wektorach i macierzach
- Przetwarzanie liczb zespolonych
- Wykresy krzywych
- Chaos, fraktale i paradoksy

Matematyka i JavaScript to doskonały tandem!



 Helion	<i>Sprawdź nasze szkolenia!</i>	KOD KORZYŚCI <i>Sięgnij po więcej!</i> 
 helion.pl	 SZKOLENIA AKADEMIA IT & BUSINESS	ISBN 978-83-283-5058-8  9 788328 350588
INFORMATYKA W NAJLEPSZYM WYDANIU		Cena: 79,00 zł