Danuta **ZAREMBA**

MATEMATYKA
na co dzień

przykłady i porady

Helion

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Maciej Grzegorek

Skład komputerowy w systemie LaTeX wykonał autor.

Materiały graficzne na okładce zostały wykorzystane za zgodą Gabrieli Sass (Butikowe Studio Treningu 36 MINUT Bulwar Dedala we Wrocławiu) oraz Shutterstock.

Helion S.A.
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice
tel. 32 230 98 63
e-mail: *helion@helion.pl*
WWW: *https://helion.pl* (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!
Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres
https://helion.pl/user/opinie/matnac
Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-289-0957-1

Printed in Poland.

Spis treści

8 Nieco logiki na co dzień

To jest ostatni rozdział w książce i do tego najkrótszy, co jednak nie oznacza, że jest on najmniej ważny. Logika jest potrzebna nie tylko w matematyce, ale także na co dzień. Umożliwia zwięzłe i precyzyjne przekazywanie informacji i racjonalne ich wykorzystanie. Pozwala na wyciąganie właściwych wniosków i niewątpliwie ułatwia porozumiewanie się między ludźmi. Przydaje się także w rozmaitych grach i rozrywkach umysłowych, co też nie jest bez znaczenia dla miłośników takiej formy relaksu.

8.1 Potknięcia logiczne

Zacznę od zabawnego przykładu, na który natrafiłam w czasie niedawnej pandemii. Jak wiemy, w miejscach publicznych zalecano wtedy różne środki ostrożności. W jednym ze sklepów przeczytałam apel do klientów:

> *Proszę zachować dystans 2 m od siebie.*

Z językowego punktu widzenia napis jest chyba poprawny, aczkolwiek tak sformułowane polecenie jest nieco dwuznaczne.

Dbajmy, aby formułowane zdania były zwięzłe i jednoznaczne. Na przykład nagminnie słyszymy o *kontynuowaniu czegoś w dalszym ciągu*. Tymczasem czasownik *kontynuować* nie potrzebuje dodatku *w dalszym ciągu*, bo już go w sobie zawiera. *Kontynuować coś* to przecież *robić to coś w dalszym ciągu*.

W ulotce pewnego leku przeczytałam, że jest on przeznaczony *dla dorosłych i osób w podeszłym wieku*. Po co to drugie określenie? Wprawdzie na starość czasami się dziecinnieje, ale mimo wszystko nie przestaje się być osobą dorosłą…

Pamiętam też inne, podobne sformułowanie:

…dla osób w wieku ponad 65 lat i więcej.

Nie rozumiem, od czego więcej? Po co dodano to słowo?

Ostatnio bardzo rozpowszechniło się wyrażenie *tylko i wyłącznie*. Bardzo często słyszymy je z ust polityków różnych opcji. Dostrzegam tutaj pozorne podobieństwo do wyrażenia *wtedy i tylko wtedy*, często używanego przez matematyków. W tym ostatnim sformułowaniu oba człony są potrzebne, bo mają różne znaczenia, natomiast określenia *tylko* i *wyłącznie* oznaczają dokładnie to samo — wystarczy użyć jednego z nich[10].

Na zakończenie tych kilku uwag przykład, który wzbudza kontrowersje. Niektórzy twierdzą, że wyrażenie *trzy pierwsze* nie jest poprawne i że trzeba mówić *pierwsze trzy*. Motywują to tym, że *pierwszy* jest tylko jeden. Wprawdzie to ostatnie stwierdzenie jest prawdą, ale jeśli mamy na myśli liczbę mnogą, to już może być kilka pierwszych: pierwsze rzędy w teatrze, pierwsze kroki, pierwsze miejsca w zawodach itp. Jest rzeczą subiektywną, ile tych *pierwszych* mamy na myśli: dwa, trzy czy więcej.

8.2 Co z czego wynika

Jakiś czas temu w jednej z rozgłośni radiowych usłyszałam, jak spiker obiecuje nagrodę słuchaczowi, jeśli ten odpowie poprawnie na pytanie. Dotyczyło ono najdłuższego spaceru w historii, który podobno liczył 75 tysięcy kilometrów. Trzeba było odpowiedzieć, czy trasa spaceru przechodziła przez więcej niż 15 krajów czy więcej niż 60. Nie pamiętam, co odpowiedział słuchacz, natomiast wiem, jaka odpowiedź na tak sformułowane pytanie jest na pewno poprawna: ta z mniejszą liczbą krajów. Bo gdyby się okazało, że na trasie spaceru było nawet więcej niż 60 krajów, to było ich też więcej niż 15.

Liczba, która jest większa od większej z dwóch liczb, jest tym bardziej większa od mniejszej liczby.

[10] Używającym jednocześnie obu synonimów chodzi zapewne o to, aby ich wypowiedź brzmiała dobitniej.

W przytoczonym pytaniu zapewne chodziło o to, aby podać odpowiedź lepiej opisującą daną sytuację, ale nie było to powiedziane wprost.

Często formułujemy zdania w postaci implikacji:

jeśli. . . , to. . .

Na przykład Iksińska stwierdza:

Jeśli dzisiaj po południu nie będzie padało, to pójdę na spacer do parku.

Po południu padało, ale mimo to Iksińska wzięła parasolkę i zdecydowała się trochę pospacerować po alejkach parkowych. Czy można jej zarzucić, że powiedziała nieprawdę?

Zauważmy, że Iksińska powiedziała tylko tyle, że wyjdzie na spacer w przypadku braku opadu, natomiast nie określiła, co będzie robić w przeciwnym razie. Pierwsza połowa zdania wypowiedzianego przez Iksińską podaje warunek *wystarczający* do tego, żeby wyszła ona na spacer. Nie był to jednak warunek konieczny do spaceru, bo wyszła na spacer wtedy, kiedy nie był on spełniony.

Podobnie posiadanie trzech monet 5-złotowych wystarcza, aby zapłacić rachunek na kwotę 15 zł, ale nie jest do tego konieczne — rachunek można przecież zapłacić banknotem 10 zł i monetą 5 zł lub jeszcze innymi nominałami, nie wspominając o karcie bankowej lub innych formach płatności.

Natomiast warunkiem koniecznym do zdania matury jest przystąpienie do niej, ale niestety nie jest to warunek wystarczający.

Podobnie warunkiem koniecznym wygrania na loterii jest wykupienie losu, ale również nie jest to warunek wystarczający.

Niekiedy warunek konieczny jest jednocześnie wystarczający. Takim jest na przykład warunek ukończenia 18 lat, aby w Polsce mieć prawo do kupienia alkoholu.

Sięgnijmy do przykładów z matematyki. Na początek rozważmy dwa warunki:

(1) liczba jest równa 3,

(2) kwadrat liczby jest równy 9.

Widzimy, że z (1) wynika (2), czyli (1) jest warunkiem wystarczającym do (2).

A czy jest koniecznym? Czy jeśli kwadrat liczby jest równy 9, to liczba jest równa 3? Nie, bo z (2) nie wynika (1): kwadrat liczby -3 jest także równy 9.

Natomiast (2) jest warunkiem koniecznym do (1), bo liczba nie może być równa 3, jeśli jej kwadrat nie jest równy 9; mówiąc poglądowo nie ma (1) bez (2).

Na zakończenie jeszcze jeden przykład matematyczny:

(3) liczba jest podzielna przez 5,

(4) ostatnią cyfrą liczby jest 0 lub 5.

Każdy z tych dwóch warunków jest dla drugiego warunkiem jednocześnie wystarczającym i koniecznym — te warunki są równoważne.

8.3 Dziesięć zadań-łamigłówek

1. Ołówek i gumka kosztują razem 7 zł. Ołówek jest o 2 zł droższy od gumki. Ile kosztuje gumka?

Gdyby od ceny ołówka odjąć 2 zł, to wtedy kosztowałby tyle samo, co gumka i byłoby to w sumie 5 zł. Stąd wynika, że gumka kosztuje 2,50 zł, a ołówek o 2 zł więcej, czyli 4,50 zł.

2. Cegła waży kilogram i pół cegły. Ile waży cegła?

To klasyczne zadanie nieodmiennie sprawia trudności wielu osobom. Tymczasem sytuacja jest prosta:

cegła = pół cegły + pół cegły,

cegła = 1 kg + pół cegły.

W konsekwencji:

pół cegły = 1 kg,

cegła = 2 kg.

3. 5 drukarek drukuje 5 kopii dokumentu w ciągu 5 minut. Ile czasu zajmie wydrukowanie 10 kopii dokumentu, jeśli włączymy 10 drukarek?

Z danych wynika, że jedna drukarka w ciągu 5 minut drukuje jedną kopię dokumentu. Zatem 10 drukarek w ciągu 5 minut wydrukuje 10 kopii.

4. Adam ma tyle samo braci, co sióstr, a jego siostra Ewa ma dwa razy więcej braci niż sióstr. Ile dzieci jest w tej rodzinie?

Chyba najprościej będzie wprowadzić oznaczenie literowe. Jeśli Ewa ma x sióstr, to Adam ma $x + 1$ sióstr (bo trzeba doliczyć Ewę) i tyle samo braci (bo ma ich tylu, co sióstr), a Ewa ma $x + 2$ braci (bo trzeba tu doliczyć Adama). Z treści zadania wynika, że

$$x + 2 = 2x, \quad \text{skąd} \quad x = 2.$$

W rodzinie są więc trzy (bo $x + 1$) dziewczęta i czterech (bo $x + 2$) chłopców.

5. Ala jest starsza od Oli o trzy lata. O ile lat Ala będzie starsza od Oli za 10 lat?

Wystarczy zauważyć, że różnica wieku między dwoma osobami nie zmienia się w ciągu lat, bo w tym samym czasie każdej z nich przybywa tyle samo lat.

6. Maharadża zostawił w spadku swoim czterem synom pewną liczbę diamentów. Zgodnie z wolą ojca najpierw najstarszy syn wziął cztery diamenty i czwartą część pozostałych, drugi z kolei syn wziął trzy diamenty i trzecią część pozostałych, trzeci syn wziął dwa diamenty i połowę pozostałych, a dla czwartego został już tylko jeden diament. Ile diamentów zostawił maharadża w spadku?

To klasyczne zadanie najlepiej rozwiązywać od końca. Przedtem jednak zauważmy, że pierwszy, drugi i trzeci syn po wzięciu odpowiednio 4, 3 lub 2 diamentów oraz przypisanego każdemu z nich ułamka pozostałych, zostawiają odpowiedni ułamek pozostałych diamentów:

Pierwszy bierze $\frac{1}{4}$, więc zostawia $\frac{3}{4}$.

Drugi bierze $\frac{1}{3}$, więc zostawia $\frac{2}{3}$.

Trzeci bierze $\frac{1}{2}$, więc zostawia też $\frac{1}{2}$.

Teraz ustawiamy braci od najmłodszego do najstarszego i obliczamy, ile diamentów dostał każdy z nich:

Czwarty brat dostał 1 diament.

Trzeci brat zostawił 1 diament, więc wziął $2 + 1$.

Drugi brat zostawił 4 diamenty (bo $1 + (2 + 1) = 4$), a skoro było to $\frac{2}{3}$ diamentów, więc $\frac{1}{3}$ diamentów jest równa 2 i drugi brat wziął $3 + 2$ diamenty.

Pierwszy brat zostawił 9 diamentów ($4 + (3 + 2) = 9$), a skoro było to $\frac{3}{4}$ diamentów, więc $\frac{1}{4}$ jest równa 3 i pierwszy brat wziął $4 + 3$ diamenty.

Obliczmy, ile w sumie było diamentów:

$$1 + (2 + 1) + (3 + 2) + (4 + 3) = 16.$$

Można sprawdzić!

7. Hermenegilda położyła się spać o 22.00, a wstała o 6.00. Ile godzin spała?

Za mało danych, aby odpowiedzieć na zadane pytanie — nie wiadomo, o której Hermenegilda zasnęła i której się obudziła. Na pewno możemy stwierdzić tylko to, że leżała w łóżku 2 godziny do północy i potem jeszcze 6 godzin, więc spędziła w łóżku 8 godzin.

8. W pudełku jest 10 identycznych par rękawiczek. Losujemy po jednej rękawiczce. Ile co najmniej razy trzeba losować, aby na pewno otrzymać jedną parę rękawiczek?

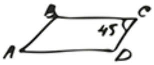
Jeśli ktoś ma pecha, to sięgając do pudełka 10 razy, może wyciągnąć same lewe lub same prawe rękawiczki. Dopiero 11 losowań daje gwarancję wylosowania jednej pary rękawiczek.

9. Do pudełka włożono 10 par identycznych skarpet. Losujemy po jednej skarpetce. Ile co najmniej razy trzeba losować, aby na pewno otrzymać jedną parę skarpet?

Sytuacja jest inna niż z rękawiczkami. Każde dwie z jednakowych skarpetek tworzą parę — nie ma skarpetki lewej, nie ma skarpetki prawej, wobec czego wystarczy losować 2 razy.

10. Ile pokoi ma największy na świecie hotel: ponad 7 tysięcy czy ponad 27 tys?
(Pytanie z quizu radiowego)

Nie mając pojęcia, ile pokoi jest w największym na świecie hotelu, możemy wybrać dobrą odpowiedź: ponad 7 tysięcy. Jeśli bowiem drugi warunek jest spełniony, to pierwszy tym bardziej.



$2 \cdot a = a + a$

$\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$

KRÓLOWA NAUK W PRAKTYCE

Na matematykę w szkole kładzie się bardzo duży nacisk. Uczymy się jej przez wiele lat, rozwiązujemy tysiące zadań, często zmagamy się z nią na egzaminach wstępnych i końcowych. Wydawałoby się, że jako ludzie dorośli powinniśmy ją mieć w małym palcu. A jednak mniejsze i większe matematyczne wyzwania towarzyszą nam przez całe życie. Najpowszechniejsze są oczywiście te z procentami — choćby kwestie związane z inflacją, rosnącymi ratami kredytu czy obliczeniami podatkowymi. Często wyzwaniem bywa obliczenie powierzchni ściany, jaką można pomalować jedną puszką farby. Albo zmagania z domowym budżetem… Anegdotom na ten temat nie ma końca.

Jak widać, matematyka nie należy do przedmiotów typu „trzy Z”: zakuć, zdać, zapomnieć. Umiejętność posługiwania się nią to sprawa jak najbardziej praktyczna, potrzebna nam przez całe życie. Właśnie dlatego powstała ta książka. Zawiera ona krótki, poglądowy kurs tej części wiedzy matematycznej, która przydaje się na co dzień, i ilustruje tę przydatność na wielu przykładach.

$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$

$\underbrace{3 \cdot 4}_{12} + \underbrace{5 \cdot 2}_{10} = 22$

Helion

helion.pl

HELION S.A.
ul. Kościuszki 1c
44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
helion@helion.pl

KOD KORZYŚCI
Sięgnij po więcej!

ISBN 978-83-289-0957-1

9 788328 909571

Cena: 39,00 zł